

17/01/2017

Μάθημα 24^ο

Πιθανότητες

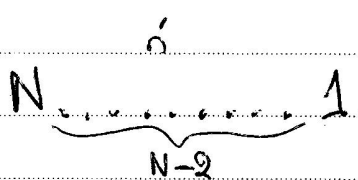
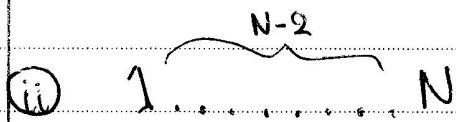
Φοιτητήριο : Ακρίβειες Ερωτήσεων 2016/2017

Άσκηση 3

α) N κλάδες \rightarrow γραμμική

i) 1-N

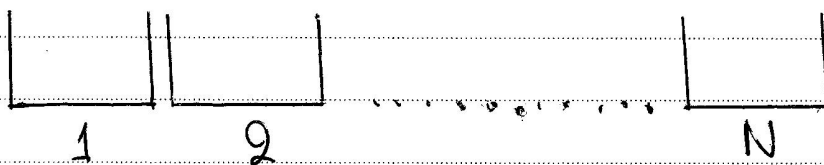
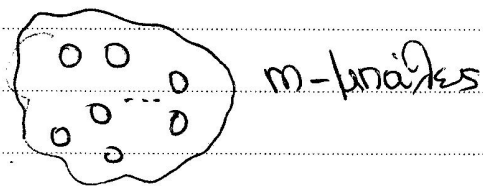
πιθανότητα $\rightarrow \frac{2(N-1)!}{N!}$



πιθανότητα $\rightarrow \frac{2(N-2)!}{N!}$

β) m κλάδες, $m \geq 7$

N κούρια, $N > m$



πιθανότητα $\rightarrow \frac{(m-3+1)! \cdot (N-m+1)}{N^m}$

- (i) $N=10$, $m=8$
(i) Επανάληψη 5 φορές

$E = \{ \text{Μπαλές σε διαδοχικά κουτιά και οι μπαλές 1,3,7 δίπλα} \}$

X : αριθμός επιτυχιών στις 5 επαναλήψεις.

$$X \sim B(n=5, p=P(E))$$

$$p = P(E)$$

← εφαρμόσι στο (β)

για $N=10, m=8$

Ζητείται $E(X) = n \cdot p = 5$

$$p = P(E) \approx 0 \quad (= 1,08 \times 10^{-4})$$

- (ii) Έστω Y αριθμός επαναλήψεων μέχρι τις 2E.

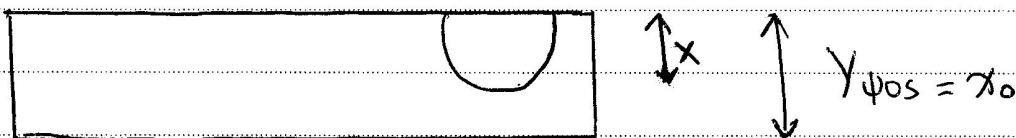
$$Y \sim NB(k=2, p=P(E) \leftarrow \text{(β) Εφαρμόσι για } N=10, m=8)$$

Ζητείται:

$$P(Y=6) = p_Y(6) = \binom{6-1}{2-1} p^2 (1-p)^{6-2} \approx 2,332 \times 10^{-9}$$

Άσκηση 4

α)



Συμπληρώστε : κατά ένα ύψος που ακολουθεί Gamma
μέση τιμή : 5 cm
τυπική απόκλιση : 5 cm

$\frac{1}{8}$ ← πιθανότητα 3 άνθρωποι που θα καθίσουν ο ένας μετέ τον άλλον αναποαιζικά, με την έννοια ότι το υψικό δε θα συμπληρωθεί εντελώς.

Ποιο συντελεστή πρέπει να είναι το ύψος του ελαστικού υψικού;

Έστω X παριστά το ύψος στο οποίο συμπληρώσει
 $X \sim \text{Gamma}(a, b)$

$$\left. \begin{aligned} E(X) = 5 &\Rightarrow a \cdot b = 5 \\ \sigma = \sqrt{\text{Var}(X)} = 5 &\Rightarrow \sqrt{a \cdot b^2} = 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \dots \Rightarrow \boxed{a=1} \quad \boxed{b=5}$$

$$f_X(x) = \frac{1}{b^a \Gamma(a)} x^{a-1} e^{-x/b}$$

Έστω x_0 το ύψος του υψικού
Ζητώ x_0

Έστω $E = \{ \text{ένας άνθρωπος να καθίσει αναποαιζικά} \}$
Έστω Y παριστά το πλήθος των E στις 3 επαναλήψεις
 $Y \sim B(n=3, p=P(E))$

$$\text{Γινώσκω } P(Y=3) = \frac{1}{8} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_Y(3) = \frac{1}{8} \Rightarrow \binom{3}{3} p^3 (1-p)^{3-3} = \frac{1}{8} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow \boxed{p = P(E) = \frac{1}{2}}$$

$$p = P(E) = \frac{1}{8} = P(\text{ένας ατύχημα να καθίσει αναποστράκι}) = P(X \leq x_0)$$

$$\text{Άρα: } \frac{1}{2} = P(X \leq x_0) = \int_0^{x_0} \frac{1}{5^1 \Gamma(1)} x^{1-1} e^{-x/5} dx$$

$$\Rightarrow \int_0^{x_0} \frac{1}{5} e^{-x/5} dx = \frac{1}{2} \Rightarrow e^{-x_0/5} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_0 = -5 \ln \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{x_0 = 3,465}$$

② 35% αβηρίσεων \longrightarrow Σύγκορτος (Δ)
65% αβηρίσεων \longrightarrow Είκορτος (E)

Το 15% αναζητεί εωβζεί (Σ) σε μία Σύγκορτο

Το 70% αναζητεί εωβζεί (Σ) σε μία Είκορτο.

Αν ένας πορτοκίσις αναζητεί εωβζεί (Σ) ποια η πιθανότητα να είναι Δ ?

\downarrow
 $P(\Delta/\Sigma)$

Δ	E
	Σ

$$\text{Bayes} \rightarrow P(\Delta/\Sigma) = \frac{P(\Sigma/\Delta) \cdot P(\Delta)}{P(\Sigma)}$$

$$= \frac{P(\Sigma/\Delta) \cdot P(\Delta)}{P(\Sigma/\Delta) \cdot P(\Delta) + P(\Sigma/E) \cdot P(E)}$$

$$= \frac{0,15 \times 0,35}{0,15 \times 0,35 + 0,7 \times 0,65}$$